

1. (a) Man löse das Optimierungsproblem

$$\max x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad x \geq 0$$

mit dem Simplex-Algorithmus (Pivotspalten und -zeilenauswahl nach der Methode von Bland).

- (b) Man stelle das duale Problem auf und bestimme eine optimale Lösung.
2. Man zeige oder widerlege: Man kann durch einen Pivotschritt im Simplex-Algorithmus zu einer neuen Ecke mit positivem Abstand im \mathbb{R}^{n+m} zur alten Ecke gelangen, während die Zielfunktion unverändert bleibt.
3. Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion. Man zeige: Ist f beschränkt, so ist f konstant.
4. Man löse das konvexe Optimierungsproblem

$$\min F(x) = x_1^2 + 1/4x_2^2 - 10x_1 - 2x_2,$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 25, \quad 4x_1 + x_2 \leq 24, \quad x \geq 0$$

mit dem Verfahren der zulässigen Richtungen (Startpunkt $(0, 0)$, 3 Schritte führen zum exakten Minimum.)