Optimierung I WS 92/93

Prof. Dr. Betke

---

1. Gegeben sei das folgende Optimierungsproblem P:

$$\begin{aligned} \min x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6, \\ 16x_1 + 2x_2 + x_5 + 10x_6 &= 4, \\ -x_1 + x_4 + x_6 &= 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 &= 8, \\ x_i &\geq 0, 1 \leq i \leq 6. \end{aligned}$$

   (a) Man löse P mit dem Simplexalgorithmus.

   (b) Man bestimme das Duale D von P und gebe eine optimale Lösung von D an.

2. Sei $N = (s, t, V, E, b)$ ein Netzwerk mit oberen Kapazitäten $b(u, v) = 1$ für alle $(u, v) \in E$ und sei f ein maximaler Fluß in N. Weiterhin sei $\mu(s, t)$ die maximale Anzahl kantendisjunkter Wege von s nach t in N. Man zeige:

   (a) $|f| \geq \mu(s, t)$.

   (b) $|f| \leq \mu(s, t)$.

3. Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph.

   (a) Man zeige: Ist G bipartit, so hat jeder Kreis in G gerade Länge.

   (b) Gilt die Umkehrung von a)?

4. Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph mit (Knoten–Bogen)–Inzidenzmatrix A und sei $\bar{G} = (V, \bar{E})$ der zugehörige ungerichtete Graph. Man zeige: Ist $\bar{G}_1(V_1, \bar{E}_1)$ mit $V_1 \subset V, \bar{E}_1 \subset E$ ein Baum in $\bar{G}$, so sind die Spalten aus A die zu den Kanten $\bar{E}_1$ korrespondieren, linear unabhängig.