Analysis 2 - SoSe 2010 - 1. Termin

Klausuraufgaben (Insgesamt: 50 Punkte)

Bitte schreiben Sie die Lösung jeder Aufgabe auf das entsprechende Lösungsblatt!

1. Man untersuche, welche der folgenden Vektorfelder Gradientenvektorfelder sind, und bestimme gegebenfalls die Stammfunktion.

$$f(x,y) = \left(1 - \frac{y^2}{x^2}, \frac{2y}{x}\right), \qquad g(x,y,z) = \left(z + 2xy, e^y + x^2, \ln x\right).$$

(8 Punkte)

2. Bestimmen Sie die kritischen Punkte von $f(x,y) = x^3y - 3xy + y^2 + 1$ und deren Typ. *(10 Punkte)*

3. Man bestimme die Punkte der Ellipse $x^2 + xy + y^2 = 1$ mit größtem und kleinstem (Euklidischen) Abstand vom Nullpunkt. *(10 Punkte)*

4. Bestimmen Sie $\iint_A f(x,y,z)d(x,y,z)$ für $f(x,y,z) = 1 - x + 2y$, wobei A durch die Koordinatenebenen und die Ebenen $x + y = 1$ und $x + \frac{y}{2} + z = 1$ begrenzt wird. *(10 Punkte)*

5. **Für Bachelor Mathematik:** Die Lösungsmenge von $(x^2 + y^2 + z^2 + 3)^2 = 16(x^2 + y^2)$ sei $M \subset \mathbb{R}^3$. Finden Sie den kleinsten achsenparallelen Quader, der M enthält.

   Für Bachelor Physik: Der Punkt $P \in \mathbb{R}^3$ ist durch eine bewegliche Strebe der Länge 1 mit dem Punkt $(0,0,0)$ verbunden, der Punkt $Q \in \mathbb{R}^3$ ist durch eine bewegliche Strebe der Länge 2 mit dem Punkt P verbunden. Zeigen Sie, dass der Konfigurationsraum aller möglichen Werte (P,Q) eine 4-dimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^6$ ist.

   Für Bachelor Informatik und Lehramt: Für welche Punkte (x,y) lässt sich die Gleichung $(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)$ lokal nach x bzw. y auflösen?

(12 Punkte)