Klausur zur Analysis II SS 92

Prof. Dr. Wills

---

1. Man löse das Integral:

$$\int \frac{6x^3 + 15x^2 + 10x + 6}{(x+1)^2 \cdot (x^2+4)} \, dx$$

2. Es sei M ein metrischer Raum und $\{K_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von kompakten nichtleeren Mengen in M mit $K_{n+1} \subset K_n$ für alle $n = 1, 2, \ldots$.
   Man zeige $\bigcap_{n=1}^{\infty} K_n \neq \emptyset$.

3. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{y \cdot |y|}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{, für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, für } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

   Man prüfe, ob f in $(0,0)$

   (a) stetig,

   (b) partiell differenzierbar,

   (c) differenzierbar

   ist.

4. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x,y) := x^2 + xy + y^2 - x - 2y + 3.$$

   (a) Man bestimme Art und Lage der lokalen Extrema von f.

   (b) Man entwickle f in ein Taylorpolynom um ihr lokales Minimum.