Klausur zur Analysis II SS 93

Prof. Dr. Schempp

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie den Konvergenzradius:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n} z^n$ und

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2-(-1)^n)^n}{n} z^n$

Aufgabe 2:
Zeigen Sie die Lipschitzstetigkeit der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = 2\sin(x) + \cos(2x).$$

Geben Sie eine Lipschitzkonstante an.

Aufgabe 3:
Parametrisieren Sie die folgenden beiden Wege von -1 bis 1 in der komplexen Ebene, und bestimmen Sie $\displaystyle\int_\gamma |z|\, dz$ für jeden dieser Wege:

1. der Weg über den oberen Halbkreisbogen des Einheitskreises und

2. die direkte Strecke zwischen diesen Punkten.

Aufgabe 4:
Berechnen Sie die unbestimmten Integrale

1. $\displaystyle\int (1+\sqrt{x})^2\, dx$ und

2. $\displaystyle\int \frac{x+2}{x+1}\, dx$

Aufgabe 5:
Untersuchen Sie die auf $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ definierten Funktionen $f(x,y,z) = \frac{xy+xz+yz}{x^2+y^2+z^2}$ und $g(x,y,z) = \frac{xyz}{|x|+|y|+|z|}$ auf stetige Fortsetzbarkeit im Nullpunkt. Benutzen Sie gegebenenfalls die euklidische Norm $\left| \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ des $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 6:
Bestimmen Sie zu $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $f(x,y,z) = xy\log(z) + \log(xyz)$ die affin–lineare Näherung $f(v+h) \approx f(v) + Ah$ mit geeigneter Matrix A (zu den Standardbasen von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$) um den Punkt $v = \left(\frac{1}{2}, 2, 1\right)$.