Universität-Gesamthochschule Siegen
Fachbereich 6 -Mathematik-
Prof. Dr. Bernd Dreseler

Klausur zur Vorlesung „Analysis II“

Sommersemester 2002

Siegen, den 15.07.2002

Bitte zunächst unbedingt ausfüllen:

Name, Vorname: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Geburtsdatum: ______________________

Aufgaben	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum$
erreichbare Punktzahl	4	4	4	4	4	4	4	4	4	32
erreichte Punktzahl										

Note:

Es können maximal 32 Punkte erreicht werden, die besten 8 Aufgaben kommen in die Wertung.

Aufgabe 1 f sei in einem offenen Intervall $I \subset \mathbb{R}$ differenzierbar und $a \in I$. Man zeige
(a)

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h^2) - f(a)}{h} = 0,$$

(b)

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+ch) - f(a+dh)}{h} = (c+d) f'(a).$$

Aufgabe 2 Ist die Funktion $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

im Nullpunkt differenzierbar ?

Aufgabe 3 Es sei $\alpha > 1$ und $|f(x)| \leq |x|^\alpha (x \in I)$. Man zeige, dass f in 0 differenzierbar ist und $f'(0) = 0$ gilt.

Aufgabe 4 (a) Man berechne die Ableitung $\left(f^{-1}\right)'(b)$ zu $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + 3$ und $b = 7$.

(b) Es sei $x = e^{\arcsin y}$. Man berechne die Ableitung von y als Funktion von x.

Aufgabe 5 Man zeige, dass eine konvexe Funktion $f : I \to \mathbb{R}$ auf einem offenen Intervall I kein isoliertes lokales Maximum besitzt und höchstens ein isoliertes lokales Minimum.

Aufgabe 6 Man berechne
(a)

$$\lim_{x\to 1} \sin(\pi x)\ln(1-x),$$

(b)

$$\lim_{x\to 0}(1+\arctan x)^{\frac{1}{x}}.$$

Aufgabe 7 (a) Warum ist der gleichmäßige Limes von Regelfunktionen wieder eine Regelfunktion ?

(b) Ist $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \sin\frac{1}{x} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

eine Regelfunktion ?

Aufgabe 8 Man berechne

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sin x dx.$$

Aufgabe 9 Man untersuche folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz:
(a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2|x|}dx,$$

(b)

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\alpha}} \text{ mit } \alpha > 0$$

Viel Erfolg !!