Klausur zur Algebra I WS 90/91

Aufgabe K1: Es sei G eine endliche Gruppe. Man zeige:

$$| < ab > | = | < ba > | \quad (a, b \in G).$$

Aufgabe K2: H sei ein Normalteiler der endlichen Gruppe G. Man zeige:

$$| < aH > | \text{ teilt } |G| \quad (a \in G).$$

Aufgabe K3: Z sei das Zentrum der Gruppe G. Ferner sei G/Z zyklisch. Man zeige: G ist kommutativ.

Aufgabe K4: Man zeige: $\mathcal{S}_4 =< (1,2), (2,3), (3,4) >$.

Aufgabe K5: Man zeige: $\mathcal{A}_4 =< (1,2,4), (1,3,4) >$.

Aufgabe K6: Man bestimme alle nicht isomorphen abelschen Gruppen der Ordnung 180.

Aufgabe K7: Es sei $\mathbb{D}_n = \{([x]_n, y] \ : \ [x]_n \in \mathbb{Z}_n,\ y \in \{-1, 1\}\}$. Ferner sei $([x_1]_n, y_1) \cdot ([x_2]_n, y_2) := ([x_1 + y_1 x_2]_n, y_1 y_2)$. Man zeige, daß $\mathbb{D}$ eine Gruppe ist. Wann ist $\mathbb{D}$ kommutativ?